

**Dankert/Dankert: Technische Mechanik, 5. Auflage**  
**Lösungen zu den Aufgaben, Teil 8 (Kapitel 26 - 29)**

**Lösung 26.1:** a)  $a_m = 10,68 \text{ m/s}^2$  ; b)  $a_{mb} = - 19,99 \text{ m/s}^2$  .

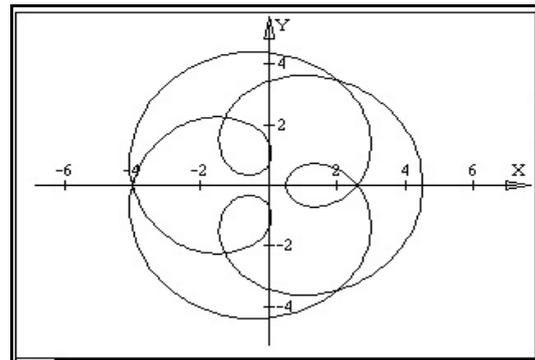
**Lösung 26.2:** a)  $x(t) = (R + r) \cos \omega_s t + a \cos [(R/r + 1) \omega_s t]$  ;  
 $y(t) = (R + r) \sin \omega_s t + a \sin [(R/r + 1) \omega_s t]$  .

b)  $r/R = 1/m$  ,  $m = 1, 2, 3, \dots$  (ganzzahlig);

c)  $v(t) = (R + r) \omega_s \sqrt{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 + 2 \frac{a}{r} \cos\left(\frac{R}{r} \omega_s t\right)}$  ;

$a(t) = (R + r) \omega_s^2 \sqrt{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 \left(\frac{R}{r} + 1\right)^2 + 2 \left(\frac{R}{r} + 1\right) \frac{a}{r} \cos\left(\frac{R}{r} \omega_s t\right)}$  .

d)  $s = 66,82 r$  , Bahnkurve im Bild rechts.



Bahnkurve von A bei zwei Stegumläufen

**Lösung 26.3:** a)  $s(t) = l \tan \omega_0 t$  ;

b)  $v(t) = l \omega_0 (1 + \tan^2 \omega_0 t)$  ;

$a(t) = 2 l \omega_0^2 (1 + \tan^2 \omega_0 t) \tan \omega_0 t$  ;

c)  $t_{AB} = 1,80 \text{ s}$  ;

d)  $v_B = 4,08 \text{ cm/s}$  .

**Lösung 26.4:** a)  $x(t) = R (a/R - \cos \omega_0 t) (\kappa - 1)$  ;

$y(t) = -R (\kappa - 1) \sin \omega_0 t$

mit  $\kappa = \frac{l/R}{\sqrt{1 + (a/R)^2 - 2(a/R) \cos \omega_0 t}}$  .

$$b) \quad v_{Bx} = R \omega_0 \left[ \left( \cos \omega_0 t - \frac{a}{R} \right) \frac{a/R}{(l/R)^2} \kappa^3 \sin \omega_0 t + (\kappa - 1) \sin \omega_0 t \right] ;$$

$$v_{By} = R \omega_0 \left[ \frac{a/R}{(l/R)^2} \kappa^3 \sin^2 \omega_0 t - (\kappa - 1) \cos \omega_0 t \right] ;$$

$$c) \quad A \text{ in } E: \quad v_B = 0,2 R \omega_0 ; \quad A \text{ in } F: \quad v_B = 0,834 R \omega_0 .$$

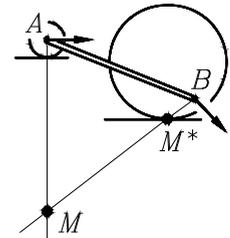
**Lösung 26.5:**

$$a) \quad y(t) = R \left( 2 - \sqrt{4 - (\pi/4)^2 \sin^2 k_1 t} \right) ;$$

$$b) \quad y_0 = R \left( 2 - \sqrt{4 - (\pi/4)^2} \right) = 0,1607 R ; \quad t_1 = \frac{\pi}{2 k_1} .$$

**Lösung 27.1:**

Punkt **A** bewegt sich horizontal, Punkt **B** bewegt sich auf einer Kreisbahn um den Momentanpol der großen Walze  $M^*$ . Der Schnittpunkt der Senkrechten zu beiden Geschwindigkeitsrichtungen ist der Momentanpol  $M$  der Verbindungsstange.

**Lösung 27.2:**

$$\omega_2 = \frac{2 v_4}{r_2} ; \quad v_1 = \frac{R_1}{R_1 - r_1} 2 v_4 = 4 v_4 .$$

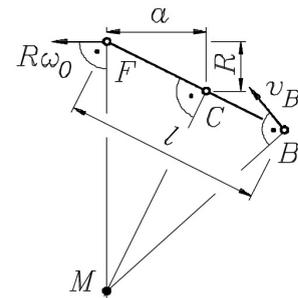
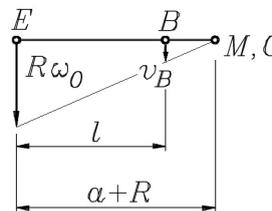
**Lösung 27.3:**

$$v_1 = \sqrt{2} v ; \quad v_2 = 2 v ; \quad v_3 = 0 ; \quad a_1 = \sqrt{\left( a - \frac{v^2}{R} \right)^2 + a^2} .$$

**Lösung 27.4:**

"A passiert E":

$$\frac{v_B}{R \omega_0} = \frac{a/R + 1 - l/R}{a/R + 1} = \frac{1}{5} ;$$



"A passiert F":

$$\frac{v_B}{R \omega_0} = \frac{\sqrt{\left( l/R - \sqrt{(a/R)^2 + 1} \right)^2 + (a/R)^4} + (a/R)^2}{1 + (a/R)^2} = 0,834 .$$

**Lösung 27.5:**

$$a) \quad n_1/n_4 = -2 \left( r_2/r_1 + r_3/r_1 \right) ;$$

$$b) \quad n_1 = -2 n_4 \left( r_2/r_1 + r_3/r_1 \right) + n_5 \left( 2 r_2/r_1 + 2 r_3/r_1 + 1 \right) .$$

**Lösung 27.6:**

$$v = \sqrt{v_L^2 + v_K^2 + (\omega a)^2} = 0,7365 \text{ m/s} ;$$

$$a_F = a \omega^2 = 0,045 \text{ m/s}^2 ; \quad a_C = 2 \omega v_K = 0,1 \text{ m/s}^2 .$$

**Lösung 28.1:**

$$v_2 = \sqrt{2 g [h - R(1 - \cos 45^\circ)]} = 6,03 \text{ m/s} .$$

**Lösung 28.2:**

$$v = \sqrt{2 s \left( \frac{M_0}{m R} - \mu g \cos \alpha - g \sin \alpha \right)} .$$

**Lösung 28.3:**

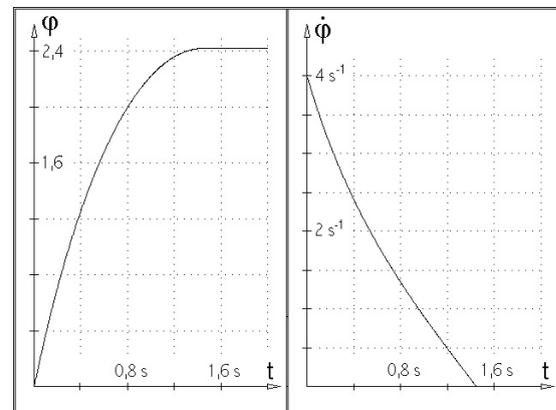
a) Die Graphik zeigt die numerische Lösung des Anfangswertproblems

$$\ddot{\varphi}(t) = -\frac{\mu}{r} (g + r \dot{\varphi}^2) ;$$

$$\varphi(t=0) = 0 ; \quad \dot{\varphi}(t=0) = v_0 / r .$$

$$\varphi_{end} = 2,42 ;$$

$$t_{end} = 1,45 \text{ s} .$$



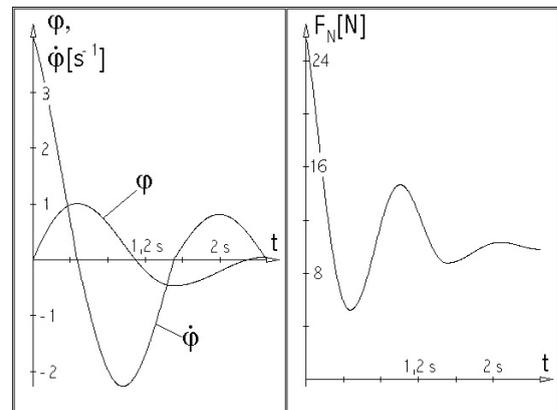
b) Die Graphik zeigt die numerische Lösung des Anfangswertproblems

$$F_N = m (g \cos \varphi + r \dot{\varphi}^2) ;$$

$$\ddot{\varphi}(t) = -\frac{\mu F_N}{m r} \operatorname{sgn} \dot{\varphi} - \frac{g}{r} \sin \varphi ;$$

$$\varphi(t=0) = 0 ; \quad \dot{\varphi}(t=0) = v_0 / r .$$

Das linke Fenster zeigt  $\varphi(t)$  und  $\dot{\varphi}(t)$ , im rechten Fenster ist  $F_N(t)$  dargestellt.



**Lösung 28.4:**

a)  $x_{rel} = a \cosh \omega_0 t ; \quad \dot{x}_{rel} = a \omega_0 \sinh \omega_0 t ;$   
 $F_N = m b \omega_0^2 + 2 m a \omega_0^2 \sinh \omega_0 t ;$

b)  $t_R = 1,84 \text{ s} ; \quad v_{rel} = \dot{x}_{rel}(t=t_R) = 118,5 \text{ cm/s} ; \quad v_{abs} = 176,8 \text{ cm/s} .$

**Lösung 29.1:**

a)  $s = 40,9 \text{ m} ; \quad v = 16,4 \text{ m/s} ; \quad \text{b) } F_S = 32,7 \text{ N} .$

**Lösung 29.2:**

$$a) \quad t^* = 1,07 \text{ s} ; \quad b) \quad F_N = 8,50 \text{ N} ; \quad F_H = 1,40 \text{ N} .$$

**Lösung 29.3:**

$$a) \quad a_3 = \frac{M_A}{10 m_1 R} - \frac{4}{5} g ;$$

$$b) \quad F_S = \frac{6}{5} (M_A/R + 2 m_1 g) ; \quad c) \quad M_A > 8 m_1 g R .$$

**Lösung 29.4:**

$$J_S = 0,150 \text{ kgm}^2 ; \quad v_{END} = 0,667 \text{ m/s} .$$

**Lösung 29.5:**

$$r_2 = 75 \text{ mm} ; \quad \alpha_2 = -53,1^\circ ; \quad r_3 = 25 \text{ mm} ; \quad \alpha_3 = 126,9^\circ .$$

**Lösung 29.6:**

$$a) \quad \tilde{J} = \begin{bmatrix} J_{\bar{x}\bar{x}} & J_{\bar{x}\bar{y}} & J_{\bar{x}\bar{z}} \\ J_{\bar{x}\bar{y}} & J_{\bar{y}\bar{y}} & J_{\bar{y}\bar{z}} \\ J_{\bar{x}\bar{z}} & J_{\bar{y}\bar{z}} & J_{\bar{z}\bar{z}} \end{bmatrix} = \frac{2}{51} \rho a^5 \begin{bmatrix} 529 & 0 & -60 \\ 0 & 289 & 0 \\ -60 & 0 & 304 \end{bmatrix} ;$$

$$b) \text{ Aus } \ddot{\varphi} = \frac{51}{608} \left[ \frac{M_0}{\rho a^5} + 8 \frac{g}{a} \sin \varphi \right] \text{ wird mit } \tau = \sqrt{\frac{g}{a}} t :$$

$$\varphi'' = \frac{51}{76} (M_D + \sin \varphi) \quad \text{mit} \quad (\dots)'' = \frac{d^2(\dots)}{d\tau^2} \quad \text{und} \quad M_D = \frac{M_0}{8 \rho g a^4} ;$$

$$\varphi(t=0) = 0 ; \quad \varphi'(t=0) = 0 ;$$

$$F_{A\bar{x}}/(mg) = \frac{1}{2} (K \varphi'^2 + \sin \varphi - \varphi'') ; \quad F_{B\bar{x}}/(mg) = \frac{1}{2} (-K \varphi'^2 + \sin \varphi - \varphi'') ;$$

$$F_{A\bar{y}}/(mg) = \frac{1}{2} (-K \varphi'' + \cos \varphi - \varphi'^2) ; \quad F_{B\bar{y}}/(mg) = \frac{1}{2} (K \varphi'' + \cos \varphi - \varphi'^2)$$

$$\text{mit} \quad K = \frac{10}{17 (\sqrt{17} + 2)} \quad \text{und} \quad mg = 8 \rho g a^3 .$$

